KANTON
LUZERN
Bildungs- und Kulturdepartement

Amt für Volksschulbildung

Halbschriftliche Rechenverfahren

Übersicht mit Erklärungen zu den halbschriftlichen Strategien

Addition

1. Strategie: **"Stellenwerte extra"**

Beispiel:

479 + 135 = 500 + 100 + 14 = 614
400 + 100
70 + 30
9 + 5

Auf diese Strategie wird später das schriftliche Additionsverfahren zurückgeführt.

2. Strategie: **"Schrittweise"**

Beispiel:

479 + 135 = 609 + 5 = 614
579 + 30 + 5

Es erscheint sinnvoll und praktikabel, die Hunderter sofort im Kopf zu addieren und unter dem Strich nur noch die Addition der Zehner und Einer vorzumerken.
Die Stratgegie "Schrittweise" läßt sich flexibel handhaben.

Beispiel:

479 + 135 = 500 + 114 = 614
479 + 21 + 114

3. Strategie: **"Vereinfachen"**

Beispiele:

479 + 135 = 614
480 + 134
500 + 114

215 + 230 + 245 = 600 + 90 = 690
3 · 230

108 + 479 + 135 + 248 = 740 + 230 = 970
107 + 480 + 133 + 250
100 + 500 + 140 + 230

Die Beispiele zeigen, daß sich diese auf dem Gesetz von der Konstanz der Summe beruhende Strategie mehrfach hintereinander anwenden läßt und auch für Summen mit mehreren Summanden geeignet ist. Sie empfiehlt sich bei schwellennahen Zahlen oder einer besonderen Struktur der Summanden.

4. Strategie: **"Hilfsaufgabe"**

Beispiel:

490 + 173 = 663
500 + 173 = 673

Diese Strategie ähnelt dem "Vereinfachen", ist jedoch vielfach leichter zu übersehen. Unter dem Strich wird hierbei nicht der Rechenweg notiert, sondern eine Hilfsaufgabe, die der zu lösenden Rechnung benachbart, aber leichter zu berechnen ist.

Subtraktion

1. Strategie: **"Stellenwerte extra"**

Beispiel:

$\underline{634 - 378} = 300 - 40 - 4 = 256$
$600 - 300$
$30 - 70$
$4 - 8$

Hier handelt es sich **nicht** um die heimliche Verwendung negativer Zahlen, sondern nur um die Notation eines Rechenwegs (vgl. hierzu Bd. 1, S. 85).

2. Strategie: **"Schrittweise"**

Beispiel:

$\underline{634 - 378} = 264 - 8 = 256$
$334 - 70 - 8$

Auch hierbei wird die Subtraktion der Hunderter sofort im Kopf vollzogen, um Schreibarbeit zu sparen.

3. Strategie: **"Vereinfachen"**

Beispiel:

$\underline{634 - 378} = 256$
$\underline{636 - 380}$
$656 - 400$

Diese Strategie beruht auf dem Gesetz von der Konstanz der Differenz und verlangt ein gutes Zahlverständnis.

4. Strategie: **"Hilfsaufgabe"**

Beispiele:

$\underline{634 - 398} = 234 + 2 = 236$
$634 - 400 = 234$

$\underline{498 - 305} = 195 - 2 = 193$
$500 - 305 = 195$

Analog zur Addition wird auch hier eine "Nachbaraufgabe" gelöst und zur Berechnung des Ergebnisses der eigentlichen Aufgabe verwandt.

5. Strategie: **"Ergänzen"**

Beispiel:

$\underline{634 - 378} = 22 + 234 = 256$ Hier wird auf volle Hunderter ergänzt.
400
634

$\underline{634 - 378} = 6 + 50 + 200 = 256$ Hier wird stellenweise ergänzt.
384
434
634

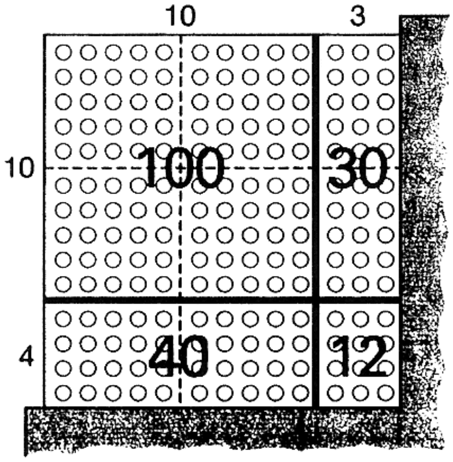
Diese Strategie greift auf die Deutung der Subtraktion als Ergänzen zurück: Von der Zahl 634, dargestellt auf dem Tausenderstrahl, werden "von unten her" 378 weggenommen und es wird durch Ergänzen berechnet, welche Zahl übrig bleibt.

Multiplikation

1. Strategie: **"Malkreuz"**

Als wichtigste halbschriftliche Strategie beim Multiplizieren kann das Malkreuz gelten, das aus der distributiven Zerlegung eines Punktfeldes durch ein Folienkreuz und eine Foliengerade erwächst (vgl. Bd.1, S. 113, Arbeitsblätter 2/16, 2/17).

Wir stellen z.B. die Aufgabe 14 · 13 durch ein Punktfeld dar, zerlegen dieses durch ein Folienkreuz in vier Teilfelder und übertragen die Zerlegung in das Malkreuz:



Ikonische Darstellung
(Punktfeld und Folienkreuz)

$14 \cdot 13 = 182$

·	10	3	
10	100	30	130
4	40	12	52
	140	42	182

Symbolische Darstellung
(Malkreuz)

Anmerkung: Bei einfachen Aufgaben können die vier Summanden im Kopf addiert werden, ansonsten lassen sie sich schriftlich oder halbschriftlich jeweils **zeilenweise** oder **spaltenweise** addieren. Führt man beides durch, so bedeutet dies eine gute Kontrolle. Den häufigsten Fehler bei der distributiven Ausmultiplikation von Klammern, nämlich bei $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + b \cdot c + a \cdot d + b \cdot d$ einige Produkte zu vergessen, tritt beim Malkreuz nicht auf. Denn die leeren Felder weisen unmißverständlich darauf hin, daß **vier** Teilprodukte zu berechnen und aufzusummieren sind.

·	100	10	7	
20	2000	200	140	2340
8	800	80	56	936
				3276

Schließlich sei noch darauf verwiesen, daß man mit Hilfe des Malkreuzes Ergebnisse von Malaufgaben **sehr gut** abschätzen kann.

2. Strategie **"Schrittweise"**

Die Malkreuzstrategie kann nicht unmittelbar auf das Kopfrechnen übertragen werden. Beim Malkreuz müßte man bei der Berechnung von $13 \cdot 14$ die Aufgaben $10 \cdot 10$, $3 \cdot 10$, $10 \cdot 4$, $3 \cdot 4$ ausrechnen, die Ergebnisse 100, 30, 40 und 12 im Kopf zwischenspeichern und dann addieren. In der Regel reicht aber das Kurzzeitgedächtnis nicht aus, um mehr als zwei Zahlen im Kopf zu behalten. Die Strategie "Schrittweise" läßt sich dagegen auch für das Kopfrechnen nutzen:

$\underline{13 \cdot 14} = 130 + 52 = 182$
$13 \cdot 10$
$13 \cdot \ \ 4$

Ein anderer Weg der "schrittweisen" Multiplikation wird durch das Assoziativgesetz der Multiplikation $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ eröffnet.

Beispiele:

$\underline{18 \cdot 30} = 540$ oder $\underline{34 \cdot 4} = 68 \cdot 2 = 136$
$18 \cdot 3 \cdot 10$ $\qquad 34 \cdot 2 \cdot 2$

Auch dies kann man an Feldern, insbesondere am Tausenderfeld, veranschaulichen.

3. Strategie: **"Vereinfachen"**

Analog zu den Gesetzen von der Konstanz der Summe und von der Konstanz der Differenz gibt es auch ein Gesetz von der Konstanz des Produkts: $a \cdot b = (a \cdot c) \cdot (b : c)$.
In Worten: Wenn man einen Faktor verdoppelt, verdreifacht, ..., muß der andere Faktor entsprechend halbiert, gedrittelt, ... werden, damit das Ergebnis gleich bleibt.

Beispiele:

$\underline{16 \cdot 50} = 800$ $\qquad \underline{28 \cdot 25} = 700$ $\qquad \underline{186 \cdot 5} = 930$
$8 \cdot 100$ $\qquad \underline{14 \cdot 50}$ $\qquad 93 \cdot 10$
$\qquad 7 \cdot 100$

4. Strategie **"Hilfsaufgabe"**

Diese Strategie erspart viel Schreibarbeit, da hierbei eine Fülle von algebraischen Rechenvorteilen ausgenutzt werden kann. Unter dem Strich wird als Nebenrechnung jeweils eine einfach zu rechnende Hilfsaufgabe geschrieben, aus der dann das Ergebnis abgeleitet werden kann.

Beispiele:

$\underline{17 \cdot 19} = 340 - 17 = 323$ $\qquad \underline{17 \cdot 21} = 340 + 17 = 357$
$17 \cdot 20 = 340$ $\qquad 17 \cdot 20 = 340$

Erläuterung:
$17 \cdot 19$ muß um 17 kleiner sein als $17 \cdot 20 = 340$, $17 \cdot 21$ um 17 größer.

$\underline{37 \cdot 5} = 185$
$37 \cdot 10 = 370$ $\qquad 37 \cdot 5$ ist die Hälfte von $37 \cdot 10 = 370$

$\underline{197 \cdot 5} = 1000 - 15 = 985$
$200 \cdot 5 = 1000$ $\qquad 197 \cdot 5$ ist um $3 \cdot 5 = 15$ kleiner als $200 \cdot 5 = 1000$

Division

1. Strategie: "**Schrittweise**"

Für diese **schrittweise**, an der Handlung des Teilens orientierte Division schlagen wir folgende Schreibweise vor:

	425 : 11 = 38 Rest 7
	425
	110 : 11 = 10
Rest	315
	220 : 11 = 20
Rest	95
	88 : 11 = 8
Rest	7

Der Vorteil dieser halbschriftlichen Division liegt darin, daß sie sich der **individuellen Leistungsfähigkeit** des Benutzers anpaßt und anders als das schriftliche Verfahren die zu teilenden Zahlen bei allen Zwischenergebnissen **nicht zwingend** vorschreibt.

Beispiel: 587 : 17

Zögernde, vorsichtigere Schüler

	587 : 17 = 34 Rest 9
	587
	170 : 17 = 10
Rest	417
	170 : 17 = 10
Rest	247
	170 : 17 = 10
Rest	77
	34 : 17 = 2
Rest	43
	34 : 17 = 2
Rest	9

Mutigere, rechenstarke Schüler

	587 : 17 = 34 Rest 9
	587
	510 : 17 = 30
Rest	77
	68 : 17 = 4
Rest	9

2. Strategie: "**Hilfsaufgabe**"

Manchmal existieren einfach zu lösende Hilfsaufgaben, aus denen man das Ergebnis ohne größere Mühe folgern kann.

Beispiele:

896 : 3 = 298 Rest 2	420 : 7 = 60	370 : 5 = 74	425 : 11 = 38 Rest 7
900 : 3 = 300	42 : 7 = 6	370 : 10 = 37	440 : 11 = 40

Das Lösen mit der Strategie "Hilfsaufgabe" erfordert operatives Denken, bei dem letzten Beispiel etwa in folgender Weise:
440 : 11 = 40, also 429 : 11 = 39 (noch zu groß!), also 418 : 11, damit 425 : 11 = 38 Rest 7.
Das Lösen dieser Aufgabe beinhaltet eine kleine mathematische Beweisführung.

aus: Wittmann Ch., Müller G.N.: Handbuch produktiver Rechenübungen Band 2. Stuttgart, Klett 1992

Luzern 2006